

คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. แบบฝึกทักษะนี้ เป็นส่วนหนึ่งของแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ที่เน้นการแก้ปัญหาแบบ SSCS ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งมีจำนวนทั้งหมด 5 เล่ม ดังนี้
แบบฝึกทักษะเล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ
แบบฝึกทักษะเล่มที่ 2 เรื่อง ลำดับเลขคณิต
แบบฝึกทักษะเล่มที่ 3 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต
แบบฝึกทักษะเล่มที่ 4 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต
แบบฝึกทักษะเล่มที่ 5 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต
2. แบบฝึกทักษะนี้ จัดทำขึ้นเพื่อเป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค33102 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เน้นการแก้ปัญหาแบบ SSCS โดยมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังนี้
 - 2.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นตอนที่ครูทบทวนความรู้เดิมของผู้เรียน ซึ่งอาจจะใช้การทำกิจกรรม การเล่นเกมหรือการร้องเพลงและใช้คำถามกระตุ้นเชื่อมโยงกับสิ่งที่กำลังจะสอนตามความเหมาะสม หรืออาจจะเฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ผู้เรียนทำเป็นการบ้าน และทำการชี้แจงเรื่องที่จะเรียน จุดประสงค์การเรียนรู้ และขั้นตอนการเรียนรู้ตามเทคนิคที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละชั่วโมง
 - 2.2 ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นขั้นตอนที่ครูแบ่งกลุ่มผู้เรียนคณะและความสามารถ กลุ่มละ 4 – 5 คน และจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการแก้ปัญหาแบบ SSCS ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน คือ
 - ขั้นที่ 1 Search : S เป็นขั้นของการค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา
 - ขั้นที่ 2 Solve : S เป็นขั้นของการแก้ปัญหาหรือการใช้ความคิดที่หลากหลาย
 - ขั้นที่ 3 Create : C เป็นขั้นของการสร้างวิธีการหรือขั้นตอนการหาคำตอบ
 - ขั้นที่ 4 Share : S เป็นขั้นของการร่วมแสดงความคิดเห็นต่อวิธีการและการหาคำตอบบูรณาการกับเทคนิคการเรียนรู้ต่าง ๆ ตามความเหมาะสมของเนื้อหาในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้สื่อแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ผู้เรียนศึกษาจากใบความรู้ร่วมกัน ทำแบบฝึกทักษะหรือกิจกรรมเป็นรายกลุ่ม จับคู่หรือเป็นรายบุคคล
 - 2.3 ขั้นวิเคราะห์ อภิปรายผลงาน องค์ความรู้ที่สรุปได้จากกิจกรรมการเรียนรู้ ครูซักถามความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา อภิปรายสรุปร่วมกัน แจกคะแนนและให้รางวัล วิเคราะห์ข้อดีข้อด้อยของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการแก้ปัญหาแบบ SSCS เพื่อนำข้อมูลไว้พัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั่วโมงต่อไป

คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ (ต่อ)

3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ เป็นเล่มที่ 5 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต มี 2 ส่วน คือ
ส่วนที่ 1 ประกอบด้วย ใบความรู้ แบบฝึกทักษะ ใบสรุปความรู้
และใบแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต
ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยแบบทดสอบย่อยประจำแบบฝึกทักษะเล่มที่ 5
4. แบบฝึกทักษะเล่มนี้ ใช้เวลาเรียน 3 ชั่วโมง
5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ จะดำเนินการประเมินทั้งสิ้น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ (K)
ด้านทักษะกระบวนการ (P) และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) ซึ่งประเมินจาก
 - 5.1 การตรวจแบบทดสอบก่อนเรียน แบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบหลังเรียน และประเมินผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม
 - 5.2 แบบสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนด้านทักษะกระบวนการ โดยการสังเกตพฤติกรรมขณะผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ และการผ่านเกณฑ์ต้องได้ระดับคุณภาพโดยรวมตั้งแต่ 10 คะแนนขึ้นไป
 - 5.3 แบบสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยการสังเกตพฤติกรรมขณะผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ และการผ่านเกณฑ์ต้องได้ระดับคุณภาพโดยรวมตั้งแต่ 10 คะแนนขึ้นไป

คำชี้แจงในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับครู

การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญเป็นอย่างยิ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ครูผู้สอนควรศึกษารายละเอียดต่าง ๆ ทั้งด้านเนื้อหา กิจกรรมและกระบวนการจัดการเรียนรู้ รวมทั้งการปฏิบัติตนก่อนใช้แบบฝึกทักษะ ดังนี้

ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรดำเนินการดังนี้

1. ศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้ แบบฝึกทักษะที่เน้นการแก้ปัญหาแบบ SSCS การวัดผลและประเมินผล คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
2. เตรียมแบบฝึกทักษะให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนผู้เรียน
3. ครูเตรียมเครื่องมือวัดผลประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของผู้เรียน
4. อาจจัดชั้นเรียนให้ผู้เรียนเรียนรู้เป็นรายบุคคลหรือกลุ่มก็ได้

ระหว่างดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรดำเนินการดังนี้

1. กำกับควบคุมให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียน
2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ อย่างเคร่งครัด
3. ชี้แจงให้ผู้เรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะเล่มนี้และประโยชน์ที่ได้รับจากการใช้แบบฝึกทักษะ
4. ชี้แจงให้ผู้เรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของผู้เรียนในการใช้แบบฝึกทักษะเล่มนี้อย่างชัดเจน
5. สังเกตความตั้งใจของผู้เรียน ความสนใจในการเรียน การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มของผู้เรียนทุกกลุ่มอย่างใกล้ชิด หากผู้เรียนคนใดมีปัญหาข้อสงสัย ครูต้องให้ความช่วยเหลือทันที
6. ควบคุมเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะของผู้เรียนแต่ละคน แต่ละคน อาจจะไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและตามสถานการณ์
7. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของผู้เรียนทุกคน หรือแต่ละกลุ่ม ส่งตัวแทนมาร่วมอภิปรายเรื่องที่เรียนมา
8. กำกับควบคุมให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียน

สิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรดำเนินการดังนี้

1. เก็บรวบรวมผลงานของผู้เรียนไปตรวจ
2. เน้นย้ำให้ผู้เรียนทำการบ้านมาส่งให้ตรงตามเวลาที่กำหนด และนำข้อบกพร่องจากการทำการบ้านของผู้เรียนไปบอกและแก้ไขให้กับผู้เรียนในคาบต่อไป
3. ตรวจแบบทดสอบ บันทึกคะแนน และสรุปผลการประเมินพฤติกรรมของผู้เรียน

คำชี้แจงในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน

การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ สำหรับผู้เรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ คำแนะนำสำหรับผู้เรียนในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ให้เข้าใจก่อนลงมือปฏิบัติกิจกรรม
2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และผังมโนทัศน์ของแบบฝึกทักษะ เพื่อให้ทราบว่าเมื่อเรียนจบแล้วผู้เรียนจะมีความรู้ในเรื่องใดบ้าง
3. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน ลงในกระดาษคำตอบ ตรวจสอบคำตอบจากเฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน พร้อมทั้งบันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนน
4. ศึกษาใบความรู้และตัวอย่าง
5. ทำแบบฝึกทักษะ ตรวจสอบคำตอบจากเฉลยแบบฝึกทักษะ พร้อมทั้งบันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนนรายบุคคล
6. เมื่อผู้เรียนไม่เข้าใจ ทำแบบฝึกทักษะข้อใดไม่ได้ หรือมีปัญหาข้อสงสัยในเนื้อหา ให้กลับไปศึกษาใบความรู้และตัวอย่างอีกครั้งจนเข้าใจดี หรือปรึกษาครูผู้สอน แล้วจึงกลับมาทำแบบฝึกทักษะ
7. การเขียนคำตอบของแบบฝึกทักษะให้ผู้เรียนทำด้วยความรอบคอบ ให้ผลงานมีความถูกต้อง สะอาดเรียบร้อย และเป็นระเบียบ
8. ทำแบบทดสอบหลังเรียน ตรวจให้คะแนนตามเฉลย ถ้าได้ต่ำกว่า 80% ให้กลับไปศึกษาแบบฝึกทักษะอีกครั้ง
9. สรุปผลการเรียน ประเมิน ปรับปรุงและพัฒนาตนเอง
10. การศึกษาแบบฝึกทักษะเล่มนี้จะไม่บรรลุผลสำเร็จ ถ้าผู้เรียนขาดความซื่อสัตย์ในการทำแบบฝึกทักษะ

แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

เวลา 15 นาที

10 คะแนน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รหัส ค 33102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

จุดประสงค์การเรียนรู้ : ผู้เรียนสามารถ

1. บอกความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้
2. หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรได้
3. ใช้รูปแบบของอนุกรมเรขาคณิตหาคำนวณแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง

การตอบแบบทดสอบให้ผู้เรียนทำเครื่องหมาย \times ลงใน ☐ ได้ตัวอักษร ก ข ค และ ง
ที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว บนกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมเรขาคณิต
 - ก. $1 + 8 + 15 + 22 + 29 + \dots$
 - ข. $1 + 4 + 7 + 10 + 13 + \dots$
 - ค. $(-1) + (-6) + (-11) + (-16) + (-21) + \dots$
 - ง. $(-1) + 4 + (-16) + 64 + (-256) + \dots$
2. ข้อใดคือผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $5 + 15 + 45 + 135 + \dots$
 - ก. 2,020
 - ข. 59,048
 - ค. 147,620
 - ง. 295,240
3. ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $3 + 12 + 48 + \dots + 3,072$ คือข้อใด
 - ก. 7,623
 - ข. 6,974
 - ค. 5,680
 - ง. 4,095

4. อนุกรมเรขาคณิตมีพจน์ที่ 1 และ อัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5 และ 2 ตามลำดับ
เมื่อผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมชุดนี้มีค่าเท่ากับ 635 แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใด
- ก. 6
ข. 7
ค. 8
ง. 9
5. ผลบวกของอนุกรม $5,000, \dots, 8$ โดยมีอัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{1}{5}$ คือข้อใด
- ก. 6,248
ข. 6,251
ค. 6,263
ง. 6,275
6. ข้อใดเป็นผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต 7 พจน์แรก โดย $a_1 = 2$ และ $a_5 = 162$
โดยที่อัตราส่วนร่วมมีค่าเป็นบวก
- ก. 2,163
ข. 2,175
ค. 2,186
ง. 2,192
7. กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $4 + 8 + 16 + \dots$ ข้อใดคือผลบวก n พจน์แรก
- ก. $S_n = 4(n - 1)$
ข. $S_n = 4(2^n - 1)$
ค. $S_n = 4(4^n - 1)$
ง. $S_n = 4(8^n - 1)$
8. นางสาวกาโอเริ่มฝากเงินกับธนาคาร เป็นรายเดือน ๆ ละ 100 บาท ในแต่ละปีถัดไป
เธอฝากเงินเพิ่มขึ้นอีก 20% ของจำนวนเงิน เงินที่เธอฝากตลอดปีที่ผ่านมา อยากทราบว่าในปีที่ 5 เธอต้องฝากเงินเป็นจำนวนเงินเท่าใด
- ก. 1,200
ข. 2,452
ค. 2,488
ง. 8,928

9. ธเนสซื้อสินค้า 6 ชิ้น โดยสินค้าชิ้นที่ 1 ราคา 5 บาท สินค้าชิ้นที่ 2 ราคา 20 บาท สินค้าชิ้นที่ 3 ราคา 80 บาท ธเนสซื้อสินค้ารวมกี่บาท

ก. 4,095

ข. 4,960

ค. 5,713

ง. 6,825

10. พงศภัทรซื้อรถยนต์มาในราคา 1,000,000 บาท ถ้าบริษัทตั้งค่าเสื่อมราคาไว้ปีละ 20% ซึ่งหมายถึง ราคารถยนต์คันนี้จะลดลง 20% ทุกปี อยากทราบว่าเมื่อพงศภัทรใช้รถไปครบห้าปีรถยนต์คันนี้จะมีมูลค่าเท่าใด

ก. 326,680

ข. 327,680

ค. 328,680

ง. 329,680

กระดาษคำตอบ

แบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

ชื่อ - สกุล เลขที่ ชั้น ม.6/.....

คำชี้แจง

ให้ผู้เรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงใน □ ได้ตัวอักษร ก ข ค และ ง ที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	ก่อนเรียน	ผลการประเมิน
เต็ม	10	
ได้		
เกณฑ์การประเมิน		
9 - 10	คะแนน	ระดับ 4 ดีเยี่ยม
7 - 8	คะแนน	ระดับ 3 ดี
5 - 6	คะแนน	ระดับ 2 พอใช้ ผ่านเกณฑ์
0 - 4	คะแนน	ระดับ 1 ปรับปรุง

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ
(.....)

ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ

1. อ่านคำชี้แจงในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน



2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน



3. ศึกษาแบบฝึกทักษะ โดยปฏิบัติกิจกรรม

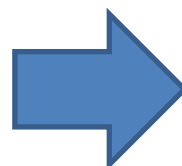
- ศึกษาเนื้อหา
- ทำแบบฝึกทักษะ
- ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ



ไม่ผ่านเกณฑ์



4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน



ประเมินผล



5. ศึกษาแบบฝึกทักษะเล่มต่อไป



ผ่านเกณฑ์

สาระ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้

สาระ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด

สาระที่ 4 พิชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัด ม. 4-6/4 เข้าใจความหมายของลำดับ และหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ได้

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ม.4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ม.4-6/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ตัวชี้วัด ม.4-6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ตัวชี้วัด ม.4-6/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) : ผู้เรียนสามารถ

1. บอกความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต
2. หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรได้
3. ใช้รูปแบบของอนุกรมเรขาคณิตหาคำนวนแก้ปัญหাজริงที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : ผู้เรียนมีความสามารถใน

1. การแก้ปัญหา
2. ให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A) : ผู้เรียนมี

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งมั่นในการทำงาน
3. มีจิตสาธารณะ

ใบความรู้ที่ 5.1 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 1 Search : S)

5.1 ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต เรียกว่า อนุกรมเรขาคณิตและอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

กำหนด $a_1, a_1r, a_1r^2, \dots, a_1r^{n-1}$ เป็นลำดับเรขาคณิต
 จะได้ $a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1}$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต
 ซึ่งมี a_1 เป็นพจน์แรก และ r เป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต
 และ ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็น ลำดับเรขาคณิต ที่มี n พจน์
 จะเรียกการเขียนแสดงผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับในรูป
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ว่า อนุกรมเรขาคณิต
 และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต จะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

ตัวอย่างของอนุกรมเรขาคณิต

- | | |
|--|---|
| 1. $5 + 15 + 45 + 135 + \dots$
เพราะ $5, 15, 45, 135, \dots$
และมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 | เป็น อนุกรมเรขาคณิต
เป็น ลำดับเรขาคณิต |
| 2. $81 + 27 + 9 + 3 + \dots$
เพราะ $81, 27, 9, 3, \dots$
และมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\frac{1}{3}$ | เป็น อนุกรมเรขาคณิต
เป็น ลำดับเรขาคณิต |
| 3. $6 + 6 + 6 + 6 + \dots$
เพราะ $6, 6, 6, 6, \dots$
และมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 1 | เป็น อนุกรมเรขาคณิต
เป็น ลำดับเรขาคณิต |

แบบฝึกทักษะที่ 5.1 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 2 Solve : S)

จุดประสงค์ ผู้เรียนสามารถบอกความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเติมข้อความในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. จงหาอนุกรมเรขาคณิตจากลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

ข้อ	ลำดับเรขาคณิต	อนุกรมเรขาคณิต	ผลบวกของ อนุกรมเรขาคณิต
1	1, 2, 4, 8, 16, 32		
2	27, 81, 243, 729		
3	6, 18, 54, 162, 486		
4	(-1), 3, (-9), 27, (-81)		
5	$\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}$		

2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่เป็นอนุกรมเรขาคณิต และทำเครื่องหมาย × หน้าข้อความที่ไม่เป็นอนุกรมเรขาคณิต ถ้าข้อความใดเป็นอนุกรมเรขาคณิตให้หาพจน์ที่กำหนดและอัตราส่วนร่วม ด้วย

-1) $3 + (-6) + 12 + (-24) + 48$ พจน์ที่ 1 คือ..... อัตราส่วนร่วม คือ.....
-2) $(-12) + (-5) + 2 + \dots + 51$ พจน์ที่ 3 คือ..... อัตราส่วนร่วม คือ.....
-3) $16 + 8 + 4 + 2 + \dots$ พจน์ที่ 2 คือ..... อัตราส่วนร่วม คือ.....
-4) $7 + 12 + 17 + 22 + 27$ พจน์ที่ 5 คือ..... อัตราส่วนร่วม คือ.....
-5) $16,384 + 4,096 + 1,024 + \dots$ พจน์ที่ 4 คือ..... อัตราส่วนร่วม คือ.....

เกณฑ์การให้คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

ข้อ 1 ตอบได้ถูกต้องให้ 5 คะแนน

ข้อ 2 ตอบได้ถูกต้องให้ 5 คะแนน

ถ้าผู้เรียนทำได้ไม่ถึง 8 คะแนน ให้ผู้เรียนกลับไป

ศึกษาใบความรู้ที่ 5.1 อีกครั้ง

ใบสรุปความรู้ที่ 5.1 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 3 Create : C)

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเรียบเรียงและบันทึกความรู้ของผู้เรียนที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ที่ 5.1 และจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 5.1 โดยใช้ภาษาที่ง่ายต่อการเข้าใจ

This image shows a single page of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is a vertical margin line on the left side, creating a narrow left margin. The paper appears to be from a notebook or a standard ruled sheet of paper.

ใบแลกเปลี่ยนเรียนรู้ที่ 5.1 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 4 Share : S)

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนแต่ละคนแลกเปลี่ยนความรู้ของตนจากการทำแบบฝึกทักษะ โดยครูจะสุ่มผู้เรียน
ออกมานำเสนอการสรุปความรู้ หรือแนวคิด และวิธีการในการทำกิจกรรม

สรุปความรู้กลุ่ม

คนที่ 1

คนที่ 2

สรุปความรู้กลุ่ม

คนที่ 3

[illegible]

คนที่ 4

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

ใบความรู้ที่ 5.2 เรื่อง การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 1 Search : S)

5.2 การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

ให้ S_n แทนผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม $a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1}$
ได้ดังนี้

$$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} \quad \text{..... (1)}$$

สมการ (1) คูณ r จะได้

$$rS_n = a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n \quad \text{..... (2)}$$

$$(2) - (1) ; rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$$

$$S_n(r - 1) = a_1r^n - a_1$$

$$S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$$

สูตรที่ 1

$$= \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{a_1(-1 + r^n)}{(-1 + r)}$$

$$= \frac{a_1(\cancel{-1})(1 - r^n)}{(\cancel{-1})(1 - r)}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

สูตรที่ 2

และอาจเขียนผลบวก n พจน์แรกได้อีกแบบหนึ่งดังนี้

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{a_1 - a_1 r^n}{1-r} \\ &= \frac{a_1 - a_1 r^{n-1} r}{1-r} \quad \text{แต่ } a_n = a_1 r^{n-1} \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, \quad r \neq 1 \quad \text{สูตรที่ 3}$$

สรุปได้ว่า การหาอนุกรมเรขาคณิตหาได้จากสูตร 3 สูตร คือ

$$\begin{aligned} 1. \quad S_n &= \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1 \\ 2. \quad S_n &= \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1 \\ 3. \quad S_n &= \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, \quad r \neq 1 \end{aligned}$$

ผู้เรียนร่วมกันสังเกตว่าทั้ง 3 สูตรมีความเหมาะสมในการใช้ในสถานการณ์ใด

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $1 + 2 + 4 + 8 + \dots$

วิธีทำ จากโจทย์ อนุกรมเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 1, r = 2, n = 10$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)} \\ S_{10} &= \frac{(1)(1-2^{10})}{(1-2)} \\ &= \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} \\ &= 1,024 - 1 \\ &= 1,023 \end{aligned}$$

นั่นคือ ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับ 1,023

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิต

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256}$$

วิธีทำ จากอนุกรมเรขาคณิตที่กำหนดให้ มี $a_1 = 1, r = \frac{1}{2}, a_n = \frac{1}{256}$

เนื่องจากไม่ทราบว่าลำดับชุดนี้มีทั้งหมดกี่จำนวน นำความรู้เรื่องลำดับเรขาคณิตหาค่า n

$$\text{จาก} \quad a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้} \quad \frac{1}{256} = (1) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$8 = n - 1$$

$$n = 9$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_9 = \frac{1\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^9\right]}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1-\frac{1}{512}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{511}{512}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{511}{512} \times \frac{2}{1}$$

$$= \frac{1022}{512}$$

$$= 1\frac{255}{256}$$

ดังนั้น ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิต $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256} = 1\frac{255}{256}$

ตัวอย่างที่ 3 อนุกรมเรขาคณิต $3 + 6 + 12 + \dots$ จะต้องบวกกันกี่พจน์จึงจะได้ผลบวกเป็น 765

วิธีทำ จากโจทย์อนุกรมเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 3, r = 2, n = ?, S_n = 765$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)}$$

$$765 = \frac{3(1-2^n)}{1-2}$$

$$765(-1) = 3(1-2^n)$$

$$-765 = 3(1-2^n)$$

$$\frac{-765}{3} = (1 - 2^n)$$

$$-255 = (1 - 2^n)$$

$$-256 = -2^n$$

$$2^n = 256$$

$$2^n = 2^8$$

$$n = 8$$

นั่นคือ อนุกรมนี้จะต้องบวกกัน 8 พจน์จึงจะได้ผลบวกเป็น 765

ตัวอย่าง 4 ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต 6 พจน์แรกเป็น 9,331 พจน์ที่ 1 เป็น 1 พจน์ที่ 6 เป็น

7,776 อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตมีค่าเท่าไร

วิธีทำ จากโจทย์อนุกรมเรขาคณิตนี้มี $S_n = 9,331$, $a_1 = 1$, $a_n = 7,776$, $r = ?$

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$\text{แทนค่าในสูตร จะได้ } 9,331 = \frac{1 - 7,776r}{1 - r}$$

$$9,331 - 9,331r = 1 - 7,776r$$

$$9,331 - 1 = 9,331r - 7,776r$$

$$9,330 = 1,555r$$

$$\frac{9,330}{1,555} = r$$

$$6 = r$$

ดังนั้น อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต คือ 6

แบบฝึกทักษะที่ 5.2

เรื่อง การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 2 Solve : S)

จุดประสงค์ ผู้เรียนสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

คำชี้แจง ให้แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $2 + (-6) + (18) + (-54) + \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิต $2 + 4 + 8 + \dots + 2048$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่ง มี พจน์แรกเท่ากับ 3 และ พจน์ที่ n เท่ากับ 96
และ ผลบวก n พจน์แรก เท่ากับ 189 จงหาผลบวกของ 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. อนุกรม $48 - 96 + 192 - \dots$ จะต้องบวกกันกี่พจน์ถึงจะได้ผลบวกเป็น 528

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนน คะแนนเต็ม 20 คะแนน

ข้อ 1 – 4 ตอบได้ถูกต้องให้ 20 คะแนน

ข้อละ 5 คะแนน

ถ้าผู้เรียนทำได้ไม่ถึง 16 คะแนน ให้ผู้เรียนกลับไป

ศึกษาใบความรู้ที่ 5.2 อีกครั้ง

ใบสรุปความรู้ที่ 5.2 เรื่อง การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 3 Create : C)

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเรียบเรียงและบันทึกความรู้ของผู้เรียนที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ และจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 5.2 โดยใช้ภาษาที่ง่ายต่อการเข้าใจ

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is a vertical margin line on the left side, creating a narrow left margin. The paper appears to be from a notebook or a standard ruled sheet of paper.

ใบแลกเปลี่ยนเรียนรู้ที่ 5.2 เรื่อง การหาลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 4 Share : S)

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนแต่ละคนแลกเปลี่ยนความรู้ของตนจากการทำแบบฝึกทักษะ โดยครูจะสุ่มผู้เรียน
ออกมานำเสนอการสรุปความรู้ หรือแนวคิด และวิธีการในการทำกิจกรรม

สรุปความรู้กลุ่ม

คนที่ 1

คนที่ 2

สรุปความรู้กลุ่ม

คนที่ 3

[illegible]

คนที่ 4

[illegible]

ใบความรู้ที่ 5.3 เรื่อง การประยุกต์อนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 1 Search : S)

5.3 การประยุกต์อนุกรมเรขาคณิต

การประยุกต์อนุกรมเรขาคณิต เป็นการนำความรู้เรื่องอนุกรมเรขาคณิตไปช่วยแก้ปัญหาโจทย์ต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 พนักงานขายคนหนึ่งได้ค่านายหน้า ดังนี้

ขายสินค้าได้ 1 ชิ้น ได้ค่านายหน้า 1 บาท

ขายสินค้าได้ 2 ชิ้น ได้ค่านายหน้า 4 บาท

ขายสินค้าได้ 3 ชิ้น ได้ค่านายหน้า 16 บาท

ถ้าวันที่ 1 – 5 พนักงานขาย ขายสินค้าแต่ละวันได้จำนวนเท่ากับวันที่ รวม 5 วัน เขาได้ค่านายหน้ารวมเท่าไร

วิธีทำ อนุกรมที่เกิดขึ้น คือ $1 + 4 + 16 + \dots$

เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี $a_1 = 1, r = 4, S_n = ?, n = 5$

$$\text{จากสูตร} \quad S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่าจะได้} \quad S_n &= \frac{1(1-4^5)}{1-4} \\ &= \frac{1(1-1,024)}{-3} \\ &= \frac{-1,023}{-3} \\ &= 341 \end{aligned}$$

ดังนั้นพนักงานขายได้ค่านายหน้ารวม 341 บาท

ตัวอย่างที่ 2 ดวงนภาเก็บเงิน 6 วันเป็นลำดับเรขาคณิต โดยวันแรกเก็บเงิน 10 บาท วันที่ 6 เก็บเงิน 160 บาท รวมทั้งหกวันมีเงินเก็บ 310 บาท แต่ละวันดวงนภาเก็บเงินเพิ่มจากวันก่อนกี่เท่า

วิธีทำ จากโจทย์อนุกรมเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 10$, $r = ?$, $S_n = 310$, $a_n = 160$

$$\text{จากสูตร} \quad S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$\text{แทนค่าจะได้} \quad 310 = \frac{10 - 160r}{1 - r}$$

$$310 - 310r = 10 - 160r$$

$$310 - 10 = 310r - 160r$$

$$300 = 150r$$

$$\frac{300}{150} = r$$

$$2 = r$$

ดังนั้นแต่ละวันดวงนภาเก็บเงินเพิ่มจากวันก่อน 2 เท่า

แบบฝึกทักษะที่ 5.3 เรื่อง การประยุกต์อนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 2 Solve : S)

จุดประสงค์ ผู้เรียนสามารถใช้รูปแบบของอนุกรมเรขาคณิตคิดคำนวณแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. โรงงานแห่งหนึ่งวันแรกผลิตสินค้า 12 ชิ้น วันที่สองผลิตสินค้า 60 ชิ้น วันที่สามผลิตสินค้า 300 ชิ้น ถ้าโรงงานผลิตสินค้า 6 วัน โรงงานจะผลิตสินค้าได้รวมกี่ชิ้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. การทดลองเคมีใช้สารตั้งต้น 500 กรัม เมื่อทำการทดลองสารตั้งต้นจะลดลงชั่วโมงละครึ่งหนึ่งของสารตั้งต้นที่มี เมื่อทำการทดลอง 7 ชั่วโมง เหลือสารตั้งต้นเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

ข้อ 1 – 2 ตอบได้ถูกต้องให้ 10 คะแนน
(ข้อละ 5 คะแนน)

ถ้าผู้เรียนทำได้ไม่ถึง 8 คะแนน ให้ผู้เรียน
กลับไปศึกษาใบความรู้ที่ 5.3 อีกครั้ง

(ขั้นตอนที่ 3 Create : C)

[illegible]

ใบแลกเปลี่ยนเรียนรู้ที่ 5.3 เรื่อง การประยุกต์อนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 4 Share : S)

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนแต่ละคนแลกเปลี่ยนความรู้ของตนจากการทำแบบฝึกทักษะ โดยครูจะสุ่มผู้เรียน
ออกมานำเสนอการสรุปความรู้ หรือแนวคิด และวิธีการในการทำกิจกรรม

สรุปความรู้กลุ่ม

คนที่ 1

คนที่ 2

สรุปความรู้กลุ่ม

คนที่ 3

[illegible]

คนที่ 4

[illegible]

แบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

เวลา 15 นาที

10 คะแนน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รหัส ค 33102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

จุดประสงค์การเรียนรู้ : ผู้เรียนสามารถ

1. บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้
2. หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้
3. ใช้รูปแบบของอนุกรมเรขาคณิตหาคำนวณแก้ปัญหাজึงท้ยที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง

การตอบแบบทดสอบให้ผู้เรียนทำเครื่องหมาย \times ลงใน ☐ ใต้ตัวอักษร ก ข ค และ ง
ที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว บนกระดาษคำตอบ

1. ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $3 + 12 + 48 + \dots + 3,072$ คือข้อใด
 - ก. 7,623
 - ข. 6,974
 - ค. 5,680
 - ง. 4,095
2. ผลบวกของอนุกรม $5,000, \dots, 8$ โดยมีอัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{1}{5}$ คือข้อใด
 - ก. 6,248
 - ข. 6,251
 - ค. 6,263
 - ง. 6,275
3. ข้อใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมเรขาคณิต
 - ก. $1 + 8 + 15 + 22 + 29 + \dots$
 - ข. $1 + 4 + 7 + 10 + 13 + \dots$
 - ค. $(-1) + (-6) + (-11) + (-16) + (-21) + \dots$
 - ง. $(-1) + 4 + (-16) + 64 + (-256) + \dots$

4. ข้อใดคือผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $5 + 15 + 45 + 135 + \dots$

ก. 2,020

ข. 59,048

ค. 147,620

ง. 295,240

5. กำหนดอนุกรมเรขาคณิต $4 + 8 + 16 + \dots$ ข้อใดคือผลบวก n พจน์แรก

ก. $S_n = 4(n - 1)$

ข. $S_n = 4(2^n - 1)$

ค. $S_n = 4(4^n - 1)$

ง. $S_n = 4(8^n - 1)$

6. ธเนศซื้อสินค้า 6 ชิ้น โดยสินค้าชิ้นที่ 1 ราคา 5 บาท สินค้าชิ้นที่ 2 ราคา 20 บาท สินค้าชิ้นที่ 3 ราคา 80 บาท ธเนศซื้อสินค้ารวมกี่บาท

ก. 4,095

ข. 4,960

ค. 5,713

ง. 6,825

7. พงศภัทรซื้อรถยนต์มาในราคา 1,000,000 บาท ถ้าบริษัทตั้งค่าเสื่อมราคาไว้ปีละ 20% ซึ่งหมายถึง ราคารถยนต์คันนี้จะลดลง 20% ทุกปี อยากทราบว่าเมื่อพงศภัทรใช้รถไปครบห้าปีรถยนต์คันนี้จะมีมูลค่าเท่าใด

ก. 326,680

ข. 327,680

ค. 328,680

ง. 329,680

8. อนุกรมเรขาคณิตมีพจน์ที่ 1 และ อัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5 และ 2 ตามลำดับ เมื่อผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมชุดนี้มีค่าเท่ากับ 635 แล้ว n มีค่าเท่ากับข้อใด
- ก. 6
 - ข. 7
 - ค. 8
 - ง. 9
9. ข้อใดเป็นผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต 7 พจน์แรก โดย $a_1 = 2$ และ $a_5 = 162$ โดยที่อัตราส่วนร่วมมีค่าเป็นบวก
- ก. 2,163
 - ข. 2,175
 - ค. 2,186
 - ง. 2,192
10. นางสาวกาโอเริ่มฝากเงินกับธนาคาร เป็นรายเดือน ๆ ละ 100 บาท ในแต่ละปี ถัดไปเธอฝากเงินเพิ่มขึ้นอีก 20% ของจำนวนเงิน เงินที่เธอฝากตลอดปีที่ผ่านมามีค่าเท่าใด
- ก. 1,200
 - ข. 2,452
 - ค. 2,488
 - ง. 8,928

กระดาษคำตอบ

แบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

ชื่อ - สกุลเลขที่ ชั้น ม.6/.....

คำชี้แจง

ให้ผู้เรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงใน □ ได้ตัวอักษร ก ข ค และ ง ที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

คะแนน	หลังเรียน	ผลการประเมิน
เต็ม	10	
ได้		
เกณฑ์การประเมิน		
9 - 10 คะแนน ระดับ 4 ดีเยี่ยม		
7 - 8 คะแนน ระดับ 3 ดี		
5 - 6 คะแนน ระดับ 2 พอใช้ ผ่านเกณฑ์		
0 - 4 คะแนน ระดับ 1 ปรับปรุง		

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ
(.....)

แบบบันทึกคะแนนแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 5 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

ชื่อ - สกุล.....เลขที่ ชั้น ม. 6/....

ที่	รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	แบบทดสอบก่อนเรียน	10	
2	แบบฝึกทักษะที่ 5.1	10	
3	แบบฝึกทักษะที่ 5.2	20	
4	แบบฝึกทักษะที่ 5.3	10	
5	แบบทดสอบหลังเรียน	10	
รวมคะแนนทั้งหมด		50	

หมายเหตุ คะแนนทดสอบก่อนเรียนไม่นำมารวม บันทึกเพื่อดูพัฒนาการเท่านั้น

เกณฑ์การประเมิน

ร้อยละ 80 ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์ (40 คะแนน)

ผลการประเมิน ☐ ผ่าน ☐ ไม่ผ่านระดับคะแนน ☐ 4 ☐ 3 ☐ 2 ☐ 1ระดับคุณภาพ ☐ ดีมาก ☐ ดี ☐ พอใช้ ☐ ปรับปรุง

ช่วงคะแนน	ระดับคะแนน	ระดับคุณภาพ
40 - 50	4	ดีมาก
35 - 39	3	ดี
30 - 34	2	พอใช้
0 - 29	1	ปรับปรุง

บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์.(2548).คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม เรื่อง ลำดับและอนุกรม ช่วงชั้นที่ 4 (4-6). กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์.
- _____. (2554).แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 6. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์.
- กมล เอกไทยเจริญ.(ม.ป.ป.).คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 5 ค 015 . กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- กวิยา เนาวประทีป.(2555).เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ลำดับและอนุกรม.นครปฐม : สำนักพิมพ์ฟิสส์เซ็นเตอร์.
- ณรงค์ ปันนิม และคณะ.(2551).คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ ม.4-5-6.กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต.
- ธนาภรณ์ ภัทรภรณ์.(2553).คณิตสาระ ม.ปลาย : ลำดับ อนุกรม อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร.(2554).คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม. 4-6 เล่ม 3. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์ จำกัด.
- ศึกษาธิการ,กระทรวง.(2553).คู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว.
- ศุภกิจ เณิมวิสุตม์กุล.(2550).เทคนิคคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 1. กรุงเทพฯ : เอเชียแปซิฟิคส์พรินติ้ง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.(2552).หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สำราญ มีแจ้ง และคณะ.(2549).คณิตศาสตร์พื้นฐาน มัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 1 สมบูรณ์แบบ.กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์วัฒนาพานิช.

ภาคผนวก

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

คำชี้แจง

ให้ผู้เรียนทำเครื่องหมาย X ลงใน ☐ ได้ตัวอักษร ก ข ค และ ง ที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				X
2			X	
3				X
4		X		
5	X			
6			X	
7		X		
8			X	
9				X
10		X		

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.1 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 2 Solve : S)

จุดประสงค์ ผู้เรียนสามารถบอกความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเติมข้อความในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. จงหาอนุกรมเรขาคณิตจากลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

ข้อ	ลำดับเรขาคณิต	อนุกรมเรขาคณิต	ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต
1	1, 2, 4, 8, 16, 32	$1+2+4+8+16+32$	63
2	27, 81, 243, 729	$27+81+243+729$	1,080
3	6, 18, 54, 162, 486	$6+18+54+162+486$	726
4	(-1), 3, (-9), 27, (-81)	$(-1)+3+(-9)+27+(-81)$	-121
5	$\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}$	$\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81}$	$\frac{130}{81}$

2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่เป็นอนุกรมเรขาคณิต และทำเครื่องหมาย × หน้าข้อความที่ไม่เป็นอนุกรมเรขาคณิต ถ้าข้อความใดเป็นอนุกรมเรขาคณิตให้หาพจน์ที่กำหนดและอัตราส่วนร่วม ด้วย

..... ✓1) $3 + (-6) + 12 + (-24) + 48$ พจน์ที่ 1 คือ.....3..... อัตราส่วนร่วม คือ...-2...

..... ×2) $(-12) + (-5) + 2 + \dots + 51$ พจน์ที่ 3 คือ..... อัตราส่วนร่วม คือ.....

..... ✓3) $16 + 8 + 4 + 2 + \dots$ พจน์ที่ 2 คือ.....8..... อัตราส่วนร่วม คือ... $\frac{1}{2}$...

..... ×4) $7 + 12 + 17 + 22 + 27$ พจน์ที่ 5 คือ..... อัตราส่วนร่วม คือ.....

..... ✓5) $16,384 + 4,096 + 1,024 + \dots$ พจน์ที่ 4 คือ...256.. อัตราส่วนร่วม คือ... $\frac{1}{4}$

ใบสรุปความรู้ที่ 5.1 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 3 Create : C)

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเรียบเรียงและบันทึกความรู้ของผู้เรียนที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ที่ 5.1 และจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 5.1 โดยใช้ภาษาที่ง่ายต่อการเข้าใจ

แนวคำตอบ

อนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต เรียกว่า อนุกรมเรขาคณิตและอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

กำหนด $a_1, a_1r, a_1r^2, \dots, a_1r^{n-1}$ เป็นลำดับเรขาคณิต

จะได้ $a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1}$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต

ซึ่งมี a_1 เป็นพจน์แรก และ r เป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต

และ ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็น ลำดับเรขาคณิต ที่มี n พจน์

จะเรียกการเขียนแสดงผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับในรูป

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ว่า อนุกรมเรขาคณิต

และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต จะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.2

เรื่อง การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 2 Solve : S)

จุดประสงค์ ผู้เรียนสามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต
- $2 + (-6) + (18) + (-54) + \dots$

จากโจทย์ อนุกรมเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 2$, $r = -3$, $n = 10$

จากสูตร
$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

จะได้
$$S_{10} = \frac{2(1-(-3)^{10})}{1+3}$$

$$= \frac{1+3^{10}}{2}$$

$$= \frac{1+59,049}{2}$$

$$= \frac{59,050}{2}$$

$$= 29,525$$

ดังนั้นผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตนี้ คือ 29,525

2. จงหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิต
- $2 + 4 + 8 + \dots + 2048$

จากโจทย์ อนุกรมเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 2$, $r = 2$, $a_n = 2,048$, $n = ?$

หาค่า n จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้
$$2,048 = 2(2)^{n-1}$$

$$2,048 = 2^n$$

$$2^{11} = 2^n$$

$$n = 11$$

$$\text{หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } S_{11} &= \frac{2(1-2^{11})}{1-2} \\ &= \frac{2(1-2,048)}{-1} \\ &= \frac{-4,094}{-1} \\ &= 4,094\end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตนี้คือ 4,094

3. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่ง มี พจน์แรกเท่ากับ 3 และ พจน์ที่ n เท่ากับ 96 และ ผลบวก n พจน์แรก เท่ากับ 189 จงหาผลบวกของ 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้

จากโจทย์ อนุกรมเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 3, n = 10, a_n = 96, S_n = 189, r = ?$

$$\text{หาค่า } r \text{ จาก } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

$$\text{จะได้ } 189 = \frac{3 - 96r}{1-r}$$

$$189 - 189r = 3 - 96r$$

$$189 - 3 = 189r - 96r$$

$$186 = 93r$$

$$2 = r$$

$$\text{หาผลบวกของ 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } S_{10} &= \frac{3(1-2^{10})}{1-2} \\ &= \frac{3(1-1,024)}{-1} \\ &= \frac{-3,069}{-1} \\ &= 3,069\end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวกของ 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตนี้คือ 3,069

4. อนุกรม $48 - 96 + 192 - \dots$ จะต้องบวกกันกี่พจน์จึงจะได้ผลบวกเป็น 528

จากโจทย์ อนุกรมเรขาคณิตนี้มี $a_1 = 48$, $n = ?$, $S_n = 528$, $r = -2$

$$\text{หาค่า } n \text{ จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{จะได้ } 528 = \frac{48(1-(-2)^n)}{1+2}$$

$$528 = 16(1-(-2)^n)$$

$$33 = 1-(-2)^n$$

$$32 = -(-2)^n$$

$$-2^5 = (-2)^n$$

$$5 = n$$

ดังนั้น อนุกรมนี้จะต้องบวกกันถึง 5 พจน์จึงจะได้ผลบวกเป็น 528

ใบสรุปความรู้ที่ 5.2 เรื่อง การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 3 Create : C)

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเรียบเรียงและบันทึกความรู้ของผู้เรียนที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ และจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 5.2 โดยใช้ภาษาที่ง่ายต่อการเข้าใจ

แนวคำตอบ

สรุปได้ว่า การหาอนุกรมเรขาคณิตหาได้จากสูตร 3 สูตร คือ

$$\begin{array}{ll} 1. & S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1 \\ 2. & S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1 \\ 3. & S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, \quad r \neq 1 \end{array}$$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.3 เรื่อง การประยุกต์อนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 2 Solve : S)

จุดประสงค์ ผู้เรียนสามารถใช้รูปแบบของอนุกรมเรขาคณิตคิดคำนวณแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบต่อไปนี้

1. โรงงานแห่งหนึ่งวันแรกผลิตสินค้า 12 ชิ้น วันที่สองผลิตสินค้า 60 ชิ้น วันที่สามผลิตสินค้า 300 ชิ้น ถ้าโรงงานผลิตสินค้า 6 วัน โรงงานจะผลิตสินค้าได้รวมกี่ชิ้น

จากโจทย์จะได้อนุกรมเรขาคณิต $12 + 60 + 300 + \dots$

ซึ่งมี $a_1 = 12$, $r = 5$, $n = 6$

จะหาว่าโรงงานจะผลิตสินค้าได้รวมจากสูตร $S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad S_6 &= \frac{12(5^6-1)}{5-1} \\ &= 3(15,624) \\ &= 46,872 \end{aligned}$$

ดังนั้นโรงงานจะผลิตสินค้าได้รวม 46,872 ชิ้น

2. การทดลองเคมีใช้สารตั้งต้น 500 กรัม เมื่อทำการทดลองสารตั้งต้นจะลดลงครึ่งหนึ่ง ของสารตั้งต้นที่มี เมื่อทำการทดลอง 7 ชั่วโมง เหลือสารตั้งต้นเท่าไร

จากโจทย์มี $a_1 = 500$, $n = 7$, $r = \frac{1}{2}$

จากสูตร $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad S_7 &= \frac{500\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^7\right)}{1-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{500\left(\frac{127}{128}\right)}{\frac{1}{2}} \\ &= 496.09 \end{aligned}$$

ดังนั้นเหลือสารตั้งต้น เท่ากับ $500 - 496.09 = 3.91$ กรัม

ใบสรุปความรู้ที่ 5.3 เรื่อง การประยุกต์อนุกรมเรขาคณิต

(ขั้นตอนที่ 3 Create : C)

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเรียบเรียงและบันทึกความรู้ของผู้เรียนที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ และจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 5.3 โดยใช้ภาษาที่ง่ายต่อการเข้าใจ

แนวคำตอบ

สรุปได้ว่า การหาอนุกรมเรขาคณิตหาได้จากสูตร 3 สูตร คือ

$$1. \quad S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

$$2. \quad S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

$$3. \quad S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, \quad r \neq 1$$

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

คำชี้แจง

ให้ผู้เรียนทำเครื่องหมาย ✕ ลงใน ☐ ได้ตัวอักษร ก ข ค และ ง ที่ เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				✕
2	✕			
3				✕
4			✕	
5		✕		
6				✕
7		✕		
8		✕		
9			✕	
10			✕	

